# Murtolukujen laskusääntöjä Ojalan laskuopin mukaan

Laskutoimituksia voi itse kukin määritellä mielensä mukaan, mutta jotta ne olisivat edes jossain määrin järkeviä, niiden on oltava *hyvin määriteltyjä*, so. sellaisia, joiden tulos on riippumaton toimitukseen osallistuvien lukujen esitystavoista. Esimerkiksi murtolukujen laskutoimitus

$$\frac{a}{b} \oplus \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d},$$

missä + tarkoittaa tavallista yhteenlaskua, *ei ole* hyvin määritelty, sillä

$$1 \oplus \frac{1}{2} = \frac{1}{1} \oplus \frac{1}{2} = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3},$$

ja toisaalta

$$1 \oplus \frac{1}{2} = \frac{2}{2} \oplus \frac{1}{2} = \frac{2+1}{2+2} = \frac{3}{4}.$$

Tavallinen murtolukujen yhteenlasku *on* hyvin määritelty, sillä jos $c$ ja $k$ ovat nollasta eroavia, niin

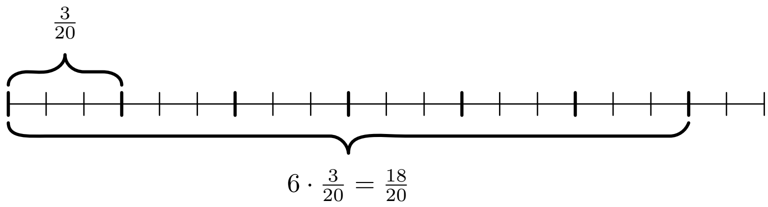
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c},$$

ja

$$\frac{ka}{kc} + \frac{kb}{kc} = \frac{ka+kb}{kc} = \frac{k(a+b)}{kc} = \frac{a+b}{c}.$$

Keskitymme seuraavassa murtolukujen kerto- ja jakolaskuun. Luonnollisesti haluamme, että näiden laskutoimitusten avulla suoritettu kakun jakaminen yms. tapahtuu yleisen oikeustajun mukaisesti. Tällöin murtolukujen kerto- ja jakolaskusäännöille on vain yksi mahdollisuus. Katsomme seuraavassa, miten Nestor Ojala selitti nämä toimitukset kansakoululaisille sata vuotta sitten. Esityksen kieliasu on paikoin muutettu nykyaikaisemmaksi. Ojala varmasti ihmettelisi nykymenoa, sillä lehtori Liisa Näverin tekemien tutkimusten mukaan ainoastaan 7% peruskoulun päättäneistä *ymmärtää* murtolukujen laskutoimitukset, 23% osaa ne ulkoa ymmärtämättä niitä ja loput 70% ei osaa eikä ymmärrä! Ymmärtämättömyys johtunee laiskuudesta tai huonoista opetuskäytännöistä, sillä melkein kuka tahansa voi ymmärtää nämä laskutoimitukset käymällä huolellisesti läpi Ojalan esimerkit. Nykyajan oppikirjailijoillakin olisi häneltä jotakin opittavaa.

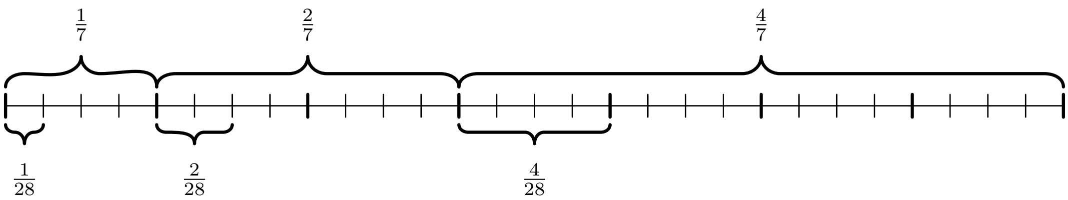
### 1. Murtoluvun ja kokonaisluvun tulo




Kuviosta huomaamme, että jos $\frac{3}{20}$ otetaan 6 kertaa, saadaan $\frac{18}{20}$. Tämä tulos on saatu $\frac{3}{20}$:stä siten, että osoittaja 3 on kerrottu 6:lla ja nimittäjä on jätetty muuttamatta. Tästä johtuu sääntö:

*Murtoluku kerrotaan kokonaisluvulla siten, että murtoluvun osoittaja kerrotaan tällä luvulla ja nimittäjä jätetään muuttamatta.*

### 2. Murtoluvun ja kokonaisluvun osamäärä




Kuviosta huomaamme, että jos $\frac{1}{7}$ jaetaan 4:llä, niin saadaan $\frac{1}{28}$, jos $\frac{2}{7}$ jaetaan 4:llä, niin saadaan $\frac{2}{28}$ ja jos $\frac{4}{7}$ jaetaan 4:llä, niin saadaan $\frac{4}{28}$. Tästä johtuu sääntö:

*Murtoluku jaetaan kokonaisluvulla siten, että murtoluvun nimittäjä kerrotaan tällä luvulla ja osoittaja jätetään ennalleen.*

### 3. Murtolukujen kertolasku

**Esim.** Kilo tavaraa maksaa 2 mk. Paljonko maksaa 5 kg samaa tavaraa?

Vastaus saadaan kertolaskulla

$$2\,\frac{\text{mk}}{\text{kg}} \cdot 5\,\text{kg} \;=\; 2 \cdot 5\,\frac{\text{mk}\,\cancel{\text{kg}}}{\cancel{\text{kg}}} \;=\; 10\,\text{mk}.$$

Ojalan johdattava kertolaskuesimerkki on

**Esim.** Kilo tavaraa maksaa $\frac{3}{5}$ mk; paljonko maksaa $\frac{3}{4}$ kiloa samaa tavaraa?

Hän päättelee: Koska 1 kilo maksaa $\frac{3}{5}$ mk, niin $\frac{1}{4}$ kiloa maksaa 4:nnen osan $\frac{3}{5}$ mk:sta; se on $\frac{3}{5\cdot 4}$ mk. Koska $\frac{1}{4}$ kiloa maksaa $\frac{3}{5\cdot 4}$ mk, niin $\frac{3}{4}$ kiloa maksaa 3 kertaa $\frac{3}{5\cdot 4}$ mk, se on $\frac{3\cdot 3}{5\cdot 4}$ mk $=\frac{9}{20}$ mk. Siis $\frac{3}{4}$ kiloa maksaa $\frac{9}{20}$ mk. Koska toisaalta tämä tulos saadaan kertomalla kilohinta ja ostettava määrä keskenään, saamme (ilman yksiköitä) tuloksen

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 3}{5\cdot 4}=\frac{9}{20}.$$

Kertolaskusääntö on siis:

*Murtoluku kerrotaan murtoluvulla siten, että osoittaja kerrotaan osoittajalla ja nimittäjä nimittäjällä; edellinen tulo tulee tulon osoittajaksi ja jälkimmäinen tulon nimittäjäksi.*

## 4. Murtolukujen jakolasku

Tavaran kilohinta saadaan jakamalla siitä maksettu hinta ostetulla kilomäärällä. Ojalan johdattava jakolaskuesimerkki on

**Esim.** $\frac{2}{5}$ kiloa erästä tavaraa maksaa $\frac{3}{4}$ mk; paljonko maksaa 1 kg samaa tavaraa?

Hän päättelee: Koska $\frac{2}{5}$ kiloa maksaa $\frac{3}{4}$ mk, niin $\frac{1}{5}$ kiloa maksaa 2:nnen osan $\frac{3}{4}$ mk:sta; se on $\frac{3}{4\cdot 2}$ mk. Koska $\frac{1}{5}$ kiloa maksaa $\frac{3}{4\cdot 2}$ mk, niin $\frac{5}{5}$ eli 1 (kokonainen) kilo maksaa 5 kertaa $\frac{3}{4\cdot 2}$ mk; se on $\frac{3\cdot 5}{4\cdot 2}$ mk. Koska toisaalta tämä tulos saadaan jakamalla hinta ostetulla määrällä, saamme (ilman yksiköitä) tuloksen

$$\frac{3}{4}:\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 2}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}=\frac{15}{8}=1\tfrac{7}{8}.$$

Jakosääntö on siis:

*Murtoluku jaetaan murtoluvulla siten, että jaettava kerrotaan ylösalaisin käännetyllä jakajalla. Jos jaettavissa luvuissa on sekalukuja, niin ne muutetaan ennen jakamista epämurtoluvuiksi.*

## 5. Lopuksi

Kohdissa 1 – 4 sovitut laskusäännöt ovat hyvin määriteltyjä. Niiden avulla suoritetaan käytännön elämässä konkreettisia jako- ym. toimituksia. Laskusäännöistä on siis käytännöllistä hyötyä. Samat säännöt yleistyvät koskemaan myös reaalilukuja ja rationaalilausekkeita.

## Lähde

Nestor Ojala, *Kansakoulun laskuoppi*, 8. muuttamaton painos, WSOY 1908.